«Ақмола облысы білім басқармасының Аршалы ауданы бойынша білім бөлімі Аршалы кенті № 2 жалпы орта білім беретін мектебі» коммуналдық мемлекеттік мекемес

Хорева Л.В.

СБОРНИК
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ
для изучения некоторых тем из курса математики 6 -11 класса

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

для учителей математики общеобразовательных школ

Аршалы

2025

Методическое пособие: Сборник практико-ориентированных задач для изучения некоторых тем из курса математики 6 -11 класса

для учителей математики общеобразовательных школ

Данный сборник содержит методические рекомендации для учителей математики общеобразовательных школ по применению задач практического характера. В сборник включены образцы решения задач по темам из курса математики основной и средней школы. Задачи подобраны и составлены в соответствии с целями обучения предметов "Математика", «Алгебра», «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» 6-11 классов.

- Задачи соответствуют целям обучения.
- Задачи носят практико-ориентированный характер.
- Представлены верные решения задач.
- Оформлены ответы.
- Представлены методические рекомендации по использованию задач на уроке.

Составитель :

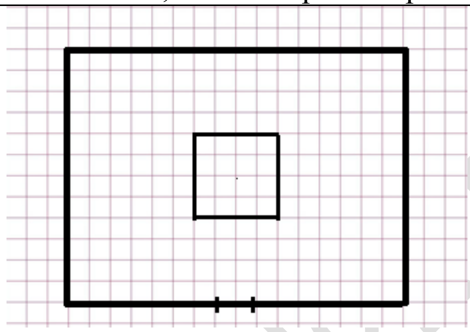
Хорева Людмила Вадимовна – учитель математики, КГУ «Общеобразовательная школа №2» п. Аршалы, отдела образования Аршалынского района, управления образования Акмолинской области

СОДЕРЖАНИЕ

1. Методы решения текстовых задач

Решение текстовых задач с помощью пропорции. Задачи на нахождение масштаба, длины окружности, площади круга

Тема:	**Решение текстовых задач с помощью пропорции**
Цель обучения:	6.5.1.2 решать задачи на проценты с помощью пропорции; 6.1.2.6 делить величины в заданном отношении;
Условие задачи:	Площадь трех участков земли 45 га. Площадь первого составляет 20% общей площади, а площади второго и третьего относятся как 11:7. На сколько гектаров площадь первого участка меньше площади третьего?
Решение:	1. Составим пропорцию, чтобы узнать сколько гектаров земли составляют 20% от общей площади: x – площадь первого участка. $\frac{45\text{ га}}{\text{x га}} = \frac{100\%}{20\ \%}$ [1]; $\text{x} = \frac{45 \cdot 20}{100} = 9\ (\text{га})$ [1]. 2. Разделим площади второго и третьего участков в отношении 11:7. Обозначим участки соответственно a и $в$. Тогда $a\colon b = 11\colon 7$. Поменяем в пропорции местами средние члены и обозначим коэффициент пропорциональности k. Получим равенство $$\frac{a}{11} = \frac{b}{7} = k,$$ из которого следует, что $a = 11k, b = 7k$. Так как общая площадь 2 и 3 участков равна 45-9=36 (га), то значение k должно удовлетворять равенству $11k + 7k = 36$ [1] $\Leftrightarrow$ $18k = 36$ $\Leftrightarrow$ $k = 2.$ [1] Значит: $11 \cdot 2 = 22$ (га) - площадь 2 участка; [1] $7 \cdot 2 = 14$ (га) - площадь 3 участка. [1] 3. Вычислим, на сколько гектаров площадь первого участка меньше площади третьего: 14 – 9 = 5 (га) [1].
Ответ:	Площадь первого участка меньше площади третьего на 5 га. [1]
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Сложность задания С. Общее количество баллов -8. Задачу можно использовать для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* составляет пропорцию для нахождения процента от числа; применяет основное свойство пропорции; составляет выражение для нахождения коэффициента пропорциональности площадей 2 и 3 участков; находит коэффициент пропорциональности площадей 2 и 3 участков; находит площадь 2 участка; находит площадь 3 участка; вычисляет, на сколько гектаров 1 участок меньше 3; записывает ответ на вопрос задачи.

Тема:	**Масштаб**
Цель обучения:	6.5.1.3 применять масштаб при работе с картой, планом, чертежом
Условие задачи:	Размеры дачного участка прямоугольной формы $40\ м \times 30\ м$. Начерти план этого участка в масштабе 1:500. Изобрази на этом плане дом, размеры которого $10\ м \times 10\ м$, расположенный в центре участка. На одной из больших сторон прямоугольника посередине отметь ворота шириной 4 м.
Решение:	М 1:500 Выразим метры в сантиметрах: 40м=4000 см, 30 м=3000см, 10 м =1000 см, 4 м =400 см. Поскольку, размеры на местности в 500 раз больше, чем на чертеже, значит их надо разделить на 500: 4000: 500 =8 см –длина прямоугольника 3000: 500 = 6 см. –ширина прямоугольника 1000: 500= 2 см – длина и ширина дома 400: 500 =0,8 см – ширина ворот
Ответ:	
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Уровень сложности задачи – В. Задача применяется в начале изучения темы «Масштаб» для групповой работы или формативного оценивания. Закрепляется понимание того, что основной единицей масштаба является сантиметр. Отрабатывается навык выполнения чертежа. **Дескрипторы**: *обучающийся* выражает метры в сантиметрах; применяет правило масштабирования; выполняет чертеж плана участка в масштабе.

Решение текстовых задач с помощью уравнений и неравенств.

Тема:	**Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений.**
Цель обучения:	6.5.1.6 решать текстовые задачи с помощью составления линейных уравнений
Условие задачи:	Расстояние от пункта А до пункта В теплоход проплыл против течения реки за 1 ч 48 мин. На обратный путь из пункта В до пункта А он затратил на 18 минут меньше. Скорость реки 2,4 км/ч. Какова собственная скорость теплохода?

Решение:	Выразим время движения теплохода в часах: $1ч.\ 48\ мин = 1{,}8\ ч;\ 18\ мин. = 0{,}3\ ч.$ Обозначим собственную скорость теплохода за *x*. Время движения по течению : $1{,}8 - 0{,}3 = 1{,}5$ (ч). Расстояние по течению : $1{,}8(x - 2{,}4)$ км. Расстояние против течения: $1{,}5(x + 2{,}4)$ км. Составим уравнение $1{,}8(x - 2{,}4) = 1{,}5(x + 2{,}4);$ $1{,}8x - 4{,}32 = 1{,}5x + 3{,}6;$ $1{,}8x - 1{,}5x = 3{,}6 + 4{,}32;$ $0{,}3x = 7{,}92;$ $x = 26{,}4$ км/ч.
Ответ:	Собственная скорость теплохода равна 26,4 км/ч
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Уровень сложности задания –С. Задачу можно использовать для формативного оценивания или суммативного оцениванич за раздел. При решении данноц задачи отрабатываются навыки: перевода единиц измерения времени, закрепляется понимание того, как изменяется собственная скорость при движении по реке, какое влияние оказывает скорость течения на время движения. Отрабатывается алгоритм составления уравнения по условию задачи. **Дескрипторы:** *обучающийся* выражает время в часах; Определяет время движения по течению; составляет выражение для нахрождения пройденного пути с учетом скорости течения по течению и против течения; Составляет уравнение ; находит собственную скорость теплохода.

2. Методы решения задач по статистике и теории вероятностей в основной школе

Элементы комбинаторики. Решение задач с использованием формул комбинаторики

Тема:	**Решение комбинаторных задач методом перебора**
Цель обучения:	6.4.2.1 решать комбинаторные задачи методом перебора
Условие задачи:	В кафе-кондитерской имеются пирожные четырех видов: «Нежное», «Заварное», «Персик» и «Сластена». Олжас и Бану решили купить по одному пирожному. а) Сколько существует вариантов такой покупки? б) Сколько существует вариантов покупки, если Олжас и Бану не хотят покупать пирожные одного вида? в) Сколько существует вариантов покупки, если Олжас оба пирожных покупает для Бану? г) Сколько существует вариантов покупки, если оба пирожных

<table>
<tr><td></td><td>покупаются для Бану, и она не хочет, чтобы они были одинаковыми?</td></tr>
<tr><td>Решение:</td><td>
а) Закодируем виды пирожных буквами Н, З, П, С (соответственно). Для решения удобнее всего использовать таблицу
Бану
<table>
<tr><td rowspan="5">Олжас</td><td></td><td>Н</td><td>З</td><td>П</td><td>С</td></tr>
<tr><td>Н</td><td>НН</td><td>НЗ</td><td>НП</td><td>НС</td></tr>
<tr><td>З</td><td>ЗН</td><td>ЗЗ</td><td>ЗП</td><td>ЗС</td></tr>
<tr><td>П</td><td>ПН</td><td>ПЗ</td><td>ПП</td><td>ПС</td></tr>
<tr><td>С</td><td>СН</td><td>СЗ</td><td>СП</td><td>СС</td></tr>
</table>
Всего 16 вариантов и все они различны.

б) Если Олжас и Бану не хотят покупать пирожные одного вида, то нужно исключить варианты НН, ЗЗ, ПП, СС.
Бану
<table>
<tr><td rowspan="5">Олжас</td><td></td><td>Н</td><td>З</td><td>П</td><td>С</td></tr>
<tr><td>Н</td><td>-</td><td>НЗ</td><td>НП</td><td>НС</td></tr>
<tr><td>З</td><td>ЗН</td><td>-</td><td>ЗП</td><td>ЗС</td></tr>
<tr><td>П</td><td>ПН</td><td>ПЗ</td><td>-</td><td>ПС</td></tr>
<tr><td>С</td><td>СН</td><td>СЗ</td><td>СП</td><td>-</td></tr>
</table>
Остается 12 различных вариантов.

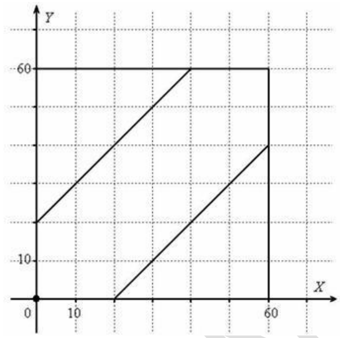
в) Если оба пирожных покупают для Бану, то, такие варианты, как НЗ и ЗН, ПН и НП не различаются и получаются следующие 10 вариантов:
Бану
<table>
<tr><td rowspan="5">Олжас</td><td></td><td>Н</td><td>З</td><td>П</td><td>С</td></tr>
<tr><td>Н</td><td>НН</td><td>НЗ</td><td>НП</td><td>НС</td></tr>
<tr><td>З</td><td>-</td><td>ЗЗ</td><td>ЗП</td><td>ЗС</td></tr>
<tr><td>П</td><td>-</td><td>-</td><td>ПП</td><td>ПС</td></tr>
<tr><td>С</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>СС</td></tr>
</table>
г) Если оба пирожных покупают для Бану, и она не хочет, чтобы они были одинаковые, то надо исключить варианты НН, ЗЗ, ПП, СС и останется 6 вариантов:
Бану
<table>
<tr><td rowspan="5">Олжас</td><td></td><td>Н</td><td>З</td><td>П</td><td>С</td></tr>
<tr><td>Н</td><td>-</td><td>НЗ</td><td>НП</td><td>НС</td></tr>
<tr><td>З</td><td>-</td><td>-</td><td>ЗП</td><td>ЗС</td></tr>
<tr><td>П</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>ПС</td></tr>
<tr><td>С</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Ответ:</td><td>а) 16, б) 12, в) 10, г) 6.</td></tr>
<tr><td>Методические рекомендации по использованию на уроке:</td><td>Данную задачу можно использовать при объяснении новой темы, так как на основе одних вводных можно решить сразу 4 задачи, изменяя некоторое условие. Обратите внимание обучающихся на то, как меняется ответ в зависимости от новых условий в задании.
Предложите обучающимся решить задачу, пользуясь другими способами перебора возможных вариантов, известных с 5 класса</td></tr>
</table>

	(дерево возможностей, например). Сравните их. **Дескрипторы:** *обучающийся* выбирает способ решения задачи; составляет варианты ответов без ограничений на выбор предметов; составляет варианты ответов, когда один предмет не может быть выбран дважды; составляет варианты ответов, когда порядок выбранных предметов неважен; составляет варианты ответов, когда не различался порядок выбранных предметов, и ни один предмет не мог быть выбран дважды.

Методы решения задач на событие и вероятность. Применение геометрической вероятности при решении задач

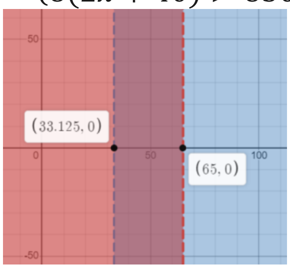
Тема:	**Основы теории вероятностей**
Цель обучения:	9.3.2.3 знать классическое определение вероятности и применять его для решения задач
Условие задачи:	У трехлетней Машеньки есть пять кубиков, на которых нарисованы картинки с буквами: К, У, Л, А, К. Играя, она переворачивает кубики и переставляет их местами. Какова вероятность того, что Машенька соберет из кубиков слово «КУКЛА»?
Решение:	Используем формулу классической вероятности: $P=\frac{m}{n}$, где $n-$ число всех равновозможных элементарных исходов, $m-$ число элементарных исходов, благоприятствующих осуществлению события. Число различных перестановок из букв К,У, Л, А, К находим по формуле: $$p(n_1, n_2, n_3 \dots n_k)=\frac{n!}{n_1!, n_2!, n_3! \dots n_k!}.$$ $$p(\text{А}, \text{К}, \text{К}, \text{Л}, \text{У})=\frac{5!}{1!\,2!\,1!\,1!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2}=60,$$ из них только одна соответствует слову «КУКЛА», таким образом, $m=1$. По классическому определению вероятность того, что Машенька соберет из кубиков слово «КУКЛА» равна $P=\frac{1}{60}$.
Ответ:	$\frac{1}{60}$
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу применяется для отработки навыков применения формулы числа перестановок с повторением и вычисления классической вероятности. Можно изменить количество кубиков и выбрать другое слово с повторяющимися буквами, например, «КАЗАХСТАН», «МАТЕМАТИКА», «БАСКЕТБОЛ», «АКЕРКЕ», «МОЛОКО», «РЕПЕТИТОР». Разделить класс на группы и предложить решить задачу на скорость. Разная длина слов и количество повторений позволяет применить дифференцированный подход по уровню подготовленности обучающихся. Задачу можно применять для формативного или суммативного

	оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* применяет формулу для n-перестановок; находит n; применяет формулу классического определения вероятности; вычисляет вероятность составления нужного слова.

Тема:	**Решение текстовых задач**
Цель обучения:	9.3.2.5 применять геометрическую вероятность при решении задач
Условие задачи:	Два брата-близнеца –Талгат и Марат - работают на одном заводе, но в разных цехах. Рабочие случайным образом приходят в столовую с 14.00 до 15.00, при этом обед каждого из них занимает примерно 20 минут. Найти вероятность того, что: а) Талгат встретится с Маратом во время обеда, б) данная встреча не состоится.
Решение:	*Талгат и Марат могут встретиться в течение 60 минут.* *Выполним чертёж:*  *Площадь квадрата* $S = 60^2 = 3600$ (ед.^{2}) *соответствует общему числу исходов.* *Рассмотрим* противоположные события**:** *А– Талгат и Марат встретятся во время обеда;* $\overline{A}$ *– данной встречи не состоится.* *Вычислим суммарную площадь двух треугольников:* $$S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 40 + \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 40 = 800 + 800 = 1600 \text{ (ед.}^2\text{)}$$ *– данное значение благоприятствует событию* $\overline{A}$. *По геометрическому определению вероятности:* $$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = \frac{\mathrm{S}_\Delta}{\mathrm{S}} = \frac{1600 \text{ (ед.}^2\text{)}}{3600 \text{(ед.}^2\text{)}} = \frac{4}{9}.$$ *Противоположные события образуют* полную группу, *поэтому:* $$\mathrm{P(A)} = 1 - \mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}.$$
Ответ:	а) Вероятность того, что братья встретятся составляет $\frac{5}{9}$; б) Вероятность того, что братья не встретятся равна $\frac{4}{9}$.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Данная задача хорошо подходит для демонстрации решения с применением геометрического определения вероятности. Задачу можно использовать для суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающиеся* выбирают способ решения задачи; выполняют рисунок к задаче; определяют благоприятное и неблагоприятное событие по рисунку; вычисляют суммарную площадь треугольников; применяют геометрическое определение вероятности; вычисляют вероятность благоприятного исхода.

3. Прикладные задачи на математическое моделирование и анализ

Решение прикладных задач на оптимизацию. Графический способ решения систем неравенств

Тема:	**Системы линейных неравенств с одной переменной. Решение системы линейных неравенств с одной переменной**
Цель обучения:	6.2.2.14 решать системы линейных неравенств с одной переменной
Условие задачи:	Группа приезжих в Астану туристов отправилась по бульвару Нуржол от Резиденции Президента – Акорда, к монументу «Байтерек», расстояние между которыми 850 м. В это же время по бульвару от Байтерека в направлении Акорды вышла группа школьников, причем скорость, с которой прогуливались школьники, была на 40 м/мин больше скорости туристов. Через 5 минут группы еще не встретились, а через 8 минут оказалось, что встреча уже произошла, и обе группы, миновав место встречи, продолжают движение. Какой может быть скорость группы туристов?
Решение:	Пусть x м/мин – скорость группы туристов, тогда (x + 40) м/мин – скорость школьников. (x + x + 40) м/мин – скорость сближения двух групп. Через 5 мин. группы прошли расстояние 5(2x + 40)м, а через 8 мин – расстояние 8(2x + 40)м. Решим систему неравенств $\begin{cases} 5(2x+40) < 850 \\ 8(2x+40) > 850 \end{cases}$ $5(2x+40) < 850$ $2x+40 < 850:5$ $2x+40 < 170$ $2x < 130$ $x < 65$  $8(2x+40) > 850$ $2x+40 > 850:8$ $2x+40 > 106{,}25$ $2x > 66{,}25$ $x > 33{,}125$ 33,125 < x < 65
Ответ:	30 м/мин < v < 60 м/мин.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для ФО или СО. **Дескрипторы:** *обучающийся* составляет выражение для нахождения скорости школьников; составляет выражение для нахождения скорости сближения; составляет выражение для пройденного расстояния через 5 мин.; составляет выражение для пройденного расстояния через 8 мин.; записывает систему неравенств; решает неравенства; изображает решения неравенств на луче; записывает ответ.

<table>
<tr><td>Тема:</td><td>Неравенства с двумя переменными.</td></tr>
<tr><td>Цель обучения:</td><td>9.2.2.3 решать неравенства с двумя переменными</td></tr>
<tr><td>Условие задачи:</td><td>Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 м^2 и номера «люкс» площадью 49 м^2 . Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 м^2 . Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 20000 тенге в сутки, а номер «люкс» – 45000 тенге в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?</td></tr>
<tr><td>Решение:</td><td>По условию задачи заполним таблицу:
<table>
<tr><td></td><td>количество</td><td>площадь</td><td>стоимость в сутки</td></tr>
<tr><td>стандартный</td><td>x</td><td>21</td><td>20000</td></tr>
<tr><td>«люкс»</td><td>y</td><td>49</td><td>45000</td></tr>
</table>
Сумма денег, которую может заработать предприниматель, задается функцией:
$$S(x;y) = 20000x + 45000y.$$
Определим ограничение для суммарной площади номеров:
$$21x + 49y \le 1099;\ x, y \in N.$$
$$y \le \frac{1099 - 21x}{49}.$$
Учитывая то, что $y \in N$, добавляем еще одно ограничение – должен быть хотя бы один «люкс» :
$$1099 - 21x \ge 49 \ \Rightarrow \ x \le 50.$$
Аналогично из неравенства $21x + 49y \le 1099$ получаем:
$$\begin{cases} x \le \frac{1099 - 49y}{21} \\ 1099 - 49y \ge 21 \end{cases} \ \Rightarrow \ y \le 22.$$
Рассмотрим крайние случаи:
$$x = 50,\ y = \frac{1099 - 21 \cdot 50}{49} = 1 \text{ и } S(50;1) = 1045000 \text{ (т).}$$
$$y = 22,\ x = \frac{1099 - 49 \cdot 22}{21} = 1 \text{ и } S(1;22) = 1010000 \text{ (т).}$$</td></tr>
<tr><td>Ответ:</td><td>Наиболее выгодным вариантом является следующее распределение: 1 номер «люкс» и 50 стандартных номеров.</td></tr>
<tr><td>Методические рекомендации по использованию на уроке:</td><td>Задачу можно применять для суммативного оценивания.
Дескрипторы: обучающийся
записывает условие задачи;
задает функцию суммарной прибыли;
вводит ограничения для суммарной площади и отдельных номеров;
решает системы неравенств и находит максимальное количество номеров разных категорий;
подставляет крайние значения и вычисляет сумму прибыли;
делает вывод по вопросу задачи.</td></tr>
</table>

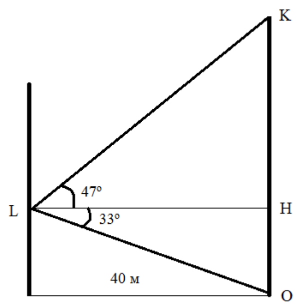
Текстовые задачи на прогрессии

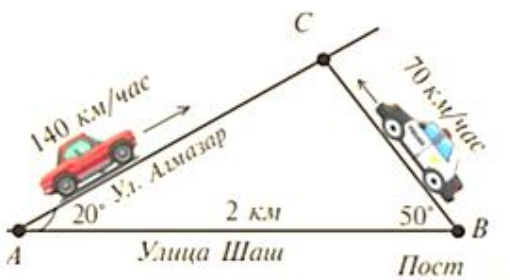
Тема:	Арифметическая прогрессия
Цель обучения:	9.2.3.5знать и применять формулы n-го члена, суммы n первых членов и характеристическое свойство арифметической прогрессии;
Условие задачи:	В период отпусков для долговременного проката автомобиля, срок которого не превышает месяц, фирмой предоставляются следующие условия. Первые сутки проката автомобиля стоят 200 у.е. Оплата за каждые следующие сутки снижается на 5 у.е. Сколько нужно заплатить за двадцать пятые сутки проката? Сколько нужно заплатить за месяц проката в июле?
Решение:	1) Последовательность : 200, 195, 190...- арифметическая. $$a_1 = 200, \ d = -5, \ n = 25.$$ По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_{25} = 200 - 5(25-1) = 80$ (у. е.) 2) Находим сумму за 31 день проката в июле по формуле $$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$ $$S_{31} = \frac{2 \cdot 200 - 5(31-1)}{2} \cdot 31 = 3875 \text{ (у. е.)}$$
Ответ:	1) За 25 сутки заплатили 80 у.е.; 2) за июль заплатят 3875 у.е.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для ФО или СОР. **Дескрипторы:** *обучающийся* определяет вид прогрессии; применяет формулу общего члена арифметической прогрессии; находит n-й член прогрессии; выбирает формулу суммы первых n членов прогрессии; вычисляет сумму; записывает ответ.

4. Решение задач планиметрии

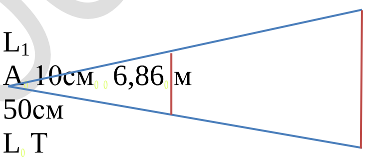
Решение треугольников. Практические задачи геометрии

Тема:	Решение задач
Цель обучения:	8.1.3.8 находить стороны и углы прямоугольного треугольника по двум заданным элементам
Условие задачи:	Ляззат проживает на третьем этаже многоэтажного дома. Из окна ее квартиры виден дом, отстоящий от ее дома на 40 м. Козырек крыши этого дома виден Ляззат под углом 47°, а нижнее основание - под углом 33°. Найдите высоту дома, стоящего напротив.

Решение:	 Треугольники LHK и LHO – прямоугольные, ∠H=90°. Найдем стороны KH и OH через определение тангенса острого угла: $tg\ 47° = \frac{KH}{LH}$, $tg\ 33° = \frac{OH}{LH}$. $KH = LH \cdot tg\ 47° \approx 40 \cdot 1{,}0724 = 42{,}896$ (м). $OH = LH \cdot tg\ 33° \approx 40 \cdot 0{,}6494 = 25{,}976$ (м). $KO = KH + OH = 42{,}896 + 25{,}976 = 68{,}872$ м ≈ 69 (м).
Ответ:	Высота дома 69 м.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать на уроке для отработки навыков применения тригонометрических функций для решения треугольников, а также для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* выполняет рисунок по условию задачи; определяет вид треугольников; применяет определение тангенса угла для нахождения стороны треугольника; вычисляет высоту дома.

Тема:	**Применение тригонометрии к решению геометрических задачи задач практического содержания**
Цель обучения:	9.3.3.7 знать и применять теорему синусов
Условие задачи:	Нарушитель правил дорожного движения в 12.00 повернул в точке A на улицу Алмазар и прдолжил движение со скоростью 140 км/ч. В это же время патруль из точки B направился наперерез нарушителю по грунтовой дороге. Сумеет ли патруль остановить нарушителя на перекрестке, т.е. в точке C? (учебник «Геометрия. 9 кл» Р. Узбекистан)
Решение:	 В треугольнике ABC $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (20° + 50°) = 180° - 70° = 110°$. Найдем длину пути AC по ул. Алмазар по теореме синусов: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$. $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{2 \cdot \sin 50°}{\sin 110°} = \frac{2 \cdot \sin 50°}{\sin(90°+20°)} = \frac{2 \cdot \sin 50°}{\cos 20°} \approx \frac{2 \cdot 0{,}766}{0{,}940} = \frac{1{,}532}{0{,}94} \approx 1{,}630$ км. Этот путь нарушитель проедет за $\frac{1{,}630\ \text{км}}{140\ \text{км/ч}} = 0{,}0116$ ч $= 0{,}0116 \cdot 3600 \approx 42$ сек. Найдем отрезок BC грунтовой дороги: по теореме синусов: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$.

	$$BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{2 \cdot \sin 20°}{\sin 50°} = \frac{2 \cdot 0{,}342}{0{,}766} \approx 0{,}893 \text{ (км)}$$ Этот путь патруль проедет за $$\frac{0{,}893 \text{ км}}{70 \text{ км/ч}} = 0{,}0128 \text{ ч} = 0{,}0128 \cdot 3600 \approx 46 \text{ сек.}$$ Значит, патруль подъедет к перекрестку С позже нарушителя.
Ответ:	Нет.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно применять на уроке для отработки навыков использования теоремы синусов или в суммативном оценивании. **Дескрипторы:** *обучающийся* выполняет рисунок по условию задачи; находит неизвестный угол треугольника; применяет теорему синусов для нахождения длины пути нарушителя; вычисляет время движения нарушителя; применяет теорему синусов для нахождения длины пути патруля; вычисляет время движения патруля; делает вывод по вопросу задачи.

Тема:	**Признаки подобия треугольников**
Цель обучения:	9.3.4.14 знать и применять признаки подобия треугольников
Условие задачи:	 Военные могут определить расстояние до цели при помощи линейки и вытянутой руки. Пусть на линейке танку соответствует отрезок длиной 10 см, расстояние от плеча до линейки равно 50 см, а истинная длина танка равна 6,86 м. Найдите расстояние до танка.
Решение:	T_1  L_1 A 10см 6,86 м 50см L T 6,86 м = 686 см Треугольники ALL_1 и ATT_1 – подобны по 2 признаку подобия треугольников. Тогда $\frac{LL_1}{AL} = \frac{TT_1}{AT}$. $AT = \frac{AL \cdot TT_1}{LL_1} = \frac{50 \cdot 686}{10} = 3430 \text{ см} = 34{,}3 \text{ м}.$
Ответ:	Расстояние до танка 34,3 м.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для формативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* выполняет чертеж по условию задачи; переводит единицы измерения; определяет подобие треугольников;

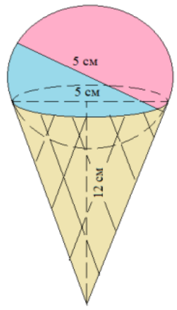
	записывает отношения сторон; записывает выражение для нахождения расстояния; подставляет значения и находит ответ.

5. Решение задач стереометрии

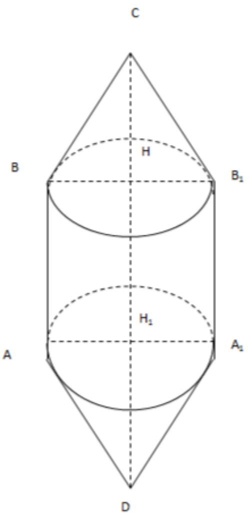
Методы решения задач на нахождение элементов тел вращения и объемов пространственных фигур

Тема:	**Объем шара и его частей**
Цель обучения:	11.3.16 - знать формулы нахождения объема шара и его частей и применять их при решении задач
Условие задачи:	Группа школьников отправляется на экскурсию в другой город на автобусе. В дорогу с собой организаторы заказали детям пончики в школьной столовой. Из полутора килограммов теста плотностью 0,75 г/см^3 нужно приготовить одинакового размера пончики из расчета три штуки на одного человека группы. Для этого тесто надо предварительно разделить на шарики. Какого диаметра должен быть шарик для пончика, если в группе 21 школьник.
Решение:	В группе 21 человек, следовательно, количество пончиков должно быть $n = 3 \cdot 21 = 63$ штуки. 1,5 кг = 1500 г. Найдем объем теста по формуле $m = p \cdot V$, откуда $V = m \div p$, следовательно, объем одного шарика $V_1 = \frac{V}{n} = \frac{m}{p \cdot n} = \frac{1500}{0{,}75 \cdot 63} = 32$ (см^3) Объем шара $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$. Запишем эту формулу через диаметр: $V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\mathcal{D}}{2}\right)^3 = \frac{\pi \mathcal{D}^3}{6}$. Из этой формулы выразим и вычислим диаметр шарика: $\mathcal{D} = \sqrt[3]{\frac{6V_1}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 32}{3.14}} = \sqrt[3]{64} = 4$ см .
Ответ:	4 см.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задача применяется для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* определяет количество шариков; переводит единицы измерения; применяет формулу для объема теста; применяет формулу объема шара; выисляет диаметр шарика.

Способы решения задач на нахождение площади боковой и полной поверхности пространственных фигур

Тема:	**Комбинации геометрических тел**
Цель обучения:	11.3.18 - решать задачи практического содержания на комбинации геометрических тел
Условие задачи:	 Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?
Решение:	Найдем объем стаканчика, имеющего коническую форму. Так как D = CB = 5см, R = OB = 2,5см. Пользуясь формулой $V_k = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$, получаем $$V_k = \frac{1}{3}\pi 2{,}5^2 \cdot 12 = 25\pi \text{ (см}^3\text{)}.$$ Сумма объемов двух полушарий равных диаметров равна объему шара с тем же диаметром. Найдем объем шара с диаметром D = 5 см. $$V_{ш} = \frac{1}{6}\pi D^3 = \frac{1}{6}\pi 5^3 = 20\frac{5}{6}\pi \text{ (см}^3\text{)}.$$ Сравним полученные объемы: $V_к = V_ш$.
Ответ:	Растаявшее мороженое стаканчик не переполнит.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задача применяется для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* находит радиус основания конуса; применяет формулу объема конусадля нахождения объема стаканчика; применяет формулу шара для нахождения объема мороженого; сравнивает объемы; делает вывод.

Способы решения задач на нахождение площади боковой и полной поверхности пространственных фигур

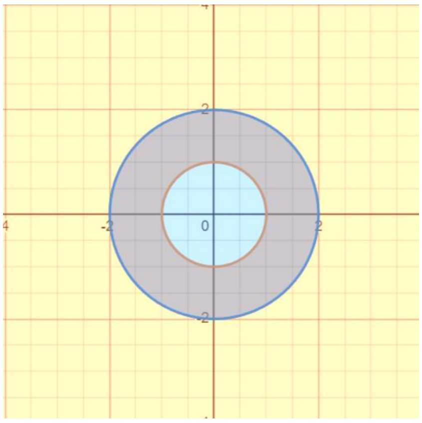
Тема:	**Комбинации геометрических тел**
Цель обучения:	11.3.18 - решать задачи практического содержания на комбинации геометрических тел
Условие задачи:	Деталь маятника часового механизма, образованную вращением равнобокой трапеции с основаниями 4 см и 10 см и высотой 4 см вокруг большего основания, необходимо покрыть сусальным золотом. Сколько листов сусального золота потребуется? (Сусальное золото — это тончайшие листы золота размером 91,5*91,5 мм, укладываемые в специальные книжки). Ответ округлите до целых.
Решение:	 AB = 4см, $DC = 10$ см, ВН = 4 см Sтела $= 2$ Sбок. кон. $+ S$бок. цил. Sбок. кон $= \pi r l$ $HC = \frac{10-4}{2} = 3$ см. Из ΔВНС по теореме Пифагора $CB^2 = CH^2 + BH^2$; $CB = 5$ см. $-l$ (образующая). $BH = r = 4$ см; Sбок. кон $= \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi = 62,8$ (см^2) hцил. $= HH1 = 10 - (3+3) = 4$ см. Sбок. цил. $= 2\pi rh = 2*4*4*\pi = 32\pi = 100,48$(см^2) Sтела $= 40\pi + 32\pi = 72\pi = 226,08$ (см^2) Площадь одного листа: $9,15 \cdot 9,15 = 83,7225$ (см^2) $226,08 : 83,7225 \approx 2,7$
Ответ:	3 листа
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно предложить для работы в парах и группах, а также для ФО и СО. **Дескрипторы:** *обучающийся* выбирает метод решения; применяет формулу нахождения площади боковой поверхности конуса; находит высоту конуса; применяет теорему Пифагора и находит образующую конуса; применяет формулу боковой поверхности цилиндра; вычисляет площадь полной поверхности детали; расчитывает количество листов сусального золота.

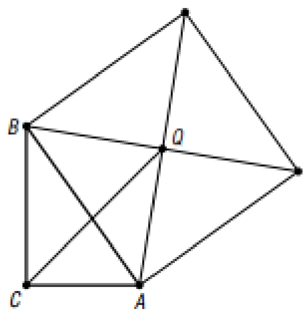
6. Комплексные числа. Основная теорема алгебры

Комплексная плоскость. Модуль комплексного числа

Тема:	Мнимые числа. Определение комплексных чисел.
Цель обучения:	11.1.1.1 - знать определение комплексного числа и его модуля

Условие задачи:	Расположите комплексные числа в порядке возрастания их модулей: $A)\ 3+3i$; $B)\ 1-i$; $C)\ -2$; $D)\ 4i$.
Решение:	Модуль числа находится по формуле $\lvert z\rvert = \lvert a+bi\rvert = r = \sqrt{a^2+b^2}$. Тогда $\lvert z_1\rvert = \lvert 3+3i\rvert = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$; $\lvert z_1\rvert = \lvert 1-i\rvert = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$; $\lvert z_1\rvert = \lvert -2+0i\rvert = \sqrt{(-2)^2+0^2} = 2$; $\lvert z_1\rvert = \lvert 0+4i\rvert = \sqrt{0^2+4^2} = 4$. Таким образом : $\lvert z_2\rvert < \lvert z_3\rvert < \lvert z_4\rvert < \lvert z_1\rvert$. Следовательно, комплексные числа, обозначенные буквами A, B, C, D, следует разложить в таком порядке: B, C, D, A.
Ответ:	B,C,D,A.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* - применяет определение модуля комплексного числа; - Подставляет значение и находит значение модуля; - сравнивает значения модулей; - расставляет числа в порядке возрастания модулей.

Тема:	**Мнимые числа. Определение комплексных чисел.**
Цель обучения:	11.1.1.2. Уметь изображать комплексное число на комплексной плоскости.
Условие задачи:	Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию: $1 \le \lvert z\rvert \le 2$.
Решение:	Для комплексных чисел $z = a+bi$ условие $1 \le \lvert z\rvert \le 2$ примет вид $1 \le \sqrt{a^2+b^2} \le 2$, тогда $1 \le a^2+b^2 \le 4$ или $\begin{cases} a^2+b^2 \ge 1 \\ a^2+b^2 \le 4 \end{cases}$. Эта система неравенств определяет на плоскости точки, находящиеся внутри кольца, образованного окружностями с радиусами 1 и 2 и с центром в O(0;0), включая точки этих окружностей.
Ответ:	
Методические рекомендации	Задание применяется для ФО и СО. **Дескрипторы:** *обучающийся*

по использованию на уроке:	- применяет определение модуля комплексного числа; - составляет двойное неравенство или систему неравенств; -строит на комплексной плоскости окружности с радиусами 1и 2; - отмечает область, являющуюся решением системы неравенств.
Тема:	**Мнимые числа. Определение комплексных чисел.**
Цель обучения:	11.1.1.1. Знать определение комплексного числа и его модуля. 11.1.1.2. Уметь изображать комплексное число на комплексной плоскости. 11.1.1.3. Знать определение сопряженных комплексных чисел и их свойства.
Условие задачи:	На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC построен квадрат вне треугольника. Найти расстояние от вершины C прямого угла до центра Q квадрата, если длины катетов BC и AC равны, соответственно, a и b.
Решение:	 Примем точку C за начальную, а прямые CA и CB за действительную и мнимую оси. Тогда точки A и B будут иметь соответственно комплексные координаты b и ai. При повороте на 90◦ вектор QB переходит в вектор QA. Поэтому имеем равенство $(ai - q)i = b - q,$ где q — координата точки Q. Отсюда $q = \frac{a+b}{1-i}$. $CQ^2 = q\bar{q} = \frac{a+b}{1-i} \cdot \frac{a+b}{1+i} = \frac{1}{2} \cdot (a+b)^2,$ $CQ = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$
Ответ:	$CQ = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Предложить учащимся решить задачу в группах доступным им способом (на выбор), затем объяснить решение в плоскости комплексных чисел.

7. Методы решения уравнений и неравенств в старшей школе

Решение уравнений высших степеней различными методами

Тема:	**Уравнения высших степеней, приводимые к виду квадратного уравнения**
Цель обучения:	10.2.2.1 - применять метод разложение на множители при решении уравнений высших степеней.

Условие задачи:

При движении скоростной карусели в Лунапарке изменение высоты (в метрах) кабины от нулевого уровня за первые 5 секунд можно смоделировать функцией $h(t) = 2t^3 - 9t^2 + 3t + 14$. В какие моменты в течении 5 секунд после начала движения кабина карусели находилась на нулевом уровне?

Решение:

Во всех случаях, кроме значений $h(t) = 0$, кабина карусели находится либо ниже, либо выше нулевого уровня. Значит, мы должны найти корни заданного многочлена. Применим правило нахождения рациональных корней: найдем делители свободного члена - ± 1; ± 2; ± 7.

Проверим, является ли число –1 корнем.

$h(-1) = 2x(-1)^3 - 9x(-1)^2 + 3x(-1) + 14 = -2 - 9 - 3 + 14 = 0$

Число –1 является корнем, значит одним из множителей данного многочлена является t +1:

Другие корни найдем при помощи Горнера:

корень	**2**	**-9**	**3**	**14**	
-1	2	-11	14	0	x+1
2	2	-7	0		x-2

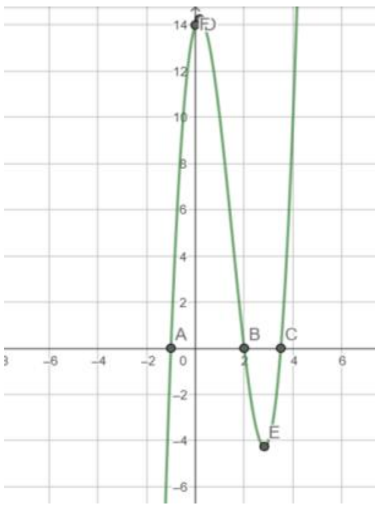
$h(t) = 2t^3 - 9t^2 + 3t + 14 = (t + 1)(2t^2 - 11t + 14)$.

Учитывая, что $2t^2 - 11t + 14 = (t - 2)(2t - 7)$, запишем многочлен в виде $h(t) = (t + 1)(t - 2)(2t - 7)$,

т.е. $t_1 = -1$, $t_2 = 2$, $t_3 = 3{,}5$ являются корнями уравнения.

Значения $t_2 = 2$, $t_3 = 3{,}5$ принадлежат временному интервалу в 5 секунд, и в этих моментах кабина карусели находилась на нулевом уровне.

То, что корни найдены верно показывает график многочлена, построенный при помощи граф. калькулятора.



Ответ: 2 с. и 3,5 с.

Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно применить для суммативного оценивания за четверть. **Дескрипторы:** *обучающийся* применяет правило нахождения рациональных корней; определяет первый корень подстановкой значения в функцию; составляет схему Горнера; приводит уравнение к квадратному виду; решает квадратное уравнение и находит корни (или продолжает схему Горнера - раскладывает многочлен на множители и вычисляет третий корень); отбирает корни, соответствующие условию задачи; выполняет проверку по графику.

Тема:	**Теорема о рациональном корне многочлена с целыми коэффициентами**
Цель обучения:	10.2.1.11 - применять теорему о рациональном корне многочлена с одной переменной с целыми коэффициентами для нахождения его корней
Условие задачи:	Прибыль, которую получает фирма по пошиву спортивных рубашек, можно смоделировать функцией $P(x) = -x^3 + 4x^2 + x$, здесь P - прибыль (в млн. тенге), x - количество рубашек (млн. штук). В отчете показано, что за 4 млн. пошитых рубашек была получена прибыль в размере 4 млн. тенге. Какое количество рубашек надо пошить, чтобы их количество стало меньше, а прибыль осталась бы такой же?
Решение:	Если $P(x) = -x^3 + 4x^2 + x$ - прибыль, $x -$ количество рубашек, а по условию задачи $P(4) = 4$, составим уравнение: $-x^3 + 4x^2 + x = 4$ $-x^3 + 4x^2 + x - 4 = 0$ По следствию из теоремы о рациональных корнях, определяем возможные целые корни уравнения, это делители свободного члена - 4: ± 1; ± 2; ± 4. Так как один из корней уже известен из условия задачи, используем его для понижения степени многочлена по схеме Горнера. корень | -1 | -4 | 1 | -4 4 | -1 | 0 | 1 | 0 Запишем квадратное уравнение с полученными коэффициентами: $-x^2 + 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$. Из двух полученных корней $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, корень -1 не соответствует условию задачи. Таким образом, остается только x=1, т.е. 1 млн. спортивных рубашек.
Ответ:	Необходимо пошить 1 миллион рубашек.

Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задача может быть использована для ФО или СОР. **Дескрипторы:** *обучающийся* составляет уравнение п условию задачи; применяет теорему о рациональных корнях и ее следствие; находит делители свободного члена; приводит уравнение к квадратному виду по схеме Горнера; решает неполное квадратное уравнение; выбирает корни по условию задачи; записывает ответ.

Тема:	**Деление «уголком» многочлена на многочлен**
Цель обучения:	10.2.1.7 - выполнять деление «уголком» многочлена на многочлен
Условие задачи:	Количество зрителей (А), которые посещают турнир Супер Лиги по волейболу среди женщин начиная с 1982 года, и количество команд (Т), которые принимали участие в турнире, можно смоделировать при помощи многочленов: $A(x) = 6x^3 + 418x^2 + 7200x + 18000$ и $T(x) = 4x + 12$, (здесь х - количество лет и $0 \leq x \leq 10$). Запишите многочлен, моделирующий среднее количество зрителей на каждой игре за эти годы.
Решение:	Так как в одной игре принимает участие не менее 2 команд, то все количество команд надо разделить на 2. Тогда количество игр, проведенных за эти годы, моделирует многочлен: $I(x) = \frac{4x+12}{2} = 2x + 6.$ Найдем частное $\frac{A(x)}{I(x)}$: $\begin{array}{l\|l} 6x^3 + 418x^2 + 7200x + 18000 & 2x + 6 \\ \underline{6x^3 + 18x^2} & \overline{3x^2 + 200x + 3000} \\ \quad 400x^2 + 7200x + 18000 & \\ \quad \underline{400x^2 + 1200x} & \\ \qquad 6000x + 18000 & \\ \qquad \underline{6000x + 18000} & \\ \qquad 0 & \end{array}$
Ответ:	Многочлен $3x^2 + 200x + 3000$ – модель среднего количества зрителей на каждой игре.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* делит двучлен на число; применяет схему деления многочлена на многочлен «уголком»; записывает ответ.

8. Статистика и теория вероятностей в старших классах

Вероятность события и ее свойства. Правила сложения и умножения вероятностей

Тема:	**Условная вероятность. Правила сложения и умножения вероятностей**
Цель обучения:	10.3.2.3 - понимать и применять правила сложения вероятностей * P(A + B) = P(A) + P(B) * P(A +B) = P(A) + P(B) – P(A · B).
Условие задачи:	В корзине лежат мячи: 4 желтых, 10 красных, 8 зеленых, 9 синих. Из корзины вынимают один мяч. Пользуясь теоремой сложения вероятностей определить, какова вероятность, что мяч окажется не желтым?
Решение:	 Всего в корзине лежит $n = 4 + 10 + 8 + 9 = 31$ мяч. Вероятность вытащить красный мяч $$\mathrm{P}_{\text{кр}} = \frac{m_{\text{кр}}}{n} = \frac{10}{31} \approx 0{,}3226.$$ Вероятность вытащить синий мяч $$\mathrm{P}_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}}}{n} = \frac{9}{31} \approx 0{,}2903.$$ Вероятность вытащить зеленый мяч $$\mathrm{P}_{\text{з}} = \frac{m_{\text{з}}}{n} = \frac{8}{31} \approx 0{,}2581.$$ Так ка эти события несовместны, то, пользуясь теоремой сложения вероятностей, определим вероятность того, что мяч окажется не желтым: $$\mathrm{P} = \mathrm{P}_{\text{кр}} + \mathrm{P}_{\text{с}} + \mathrm{P}_{\text{з}} = 0{,}3226 + 0{,}2581 + 0{,}2903 = 0{,}871$$
Ответ:	P(A)=0,871
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно использовать для формативного или суммативного оценивания. Предложите учащимся изменить условие задачи таким образом, чтобы можно было использовать формулу для двух совместных событий. **Дескрипторы:** *обучающийся* находит общее колличество мячей в ящике; вычисляет вероятность быть вынутым для мячей каждого цвета (цветных мячей); применяет формулу сложения вероятностей для несовместных событий.

Формула полной вероятности. Применение формулы Байеса при решении задач. Формула Бернулли и ее следствия

Тема:	**Формула Бернулли и ее следствия**
Цель обучения:	10.3.2.8 - использовать формулу Бернулли и ее следствия при решении задач
Условие задачи:	Статистика аудиторских проверок компании утверждает, что вероятность обнаружения ошибки в каждом проверяемом документе равна 0,1. Какова вероятность, что из десяти проверяемых документов девять из них не будет содержать ошибки?
Решение:	Используем формулу Бернулли: $P_n^m = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ В данном случае: n =10 – всего проверяемых документов; m = 9 – количество документов, в которых нет ошибки; p = 0,9 – вероятность того, что документ не содержит ошибки; q = 0,1 – вероятность того, что ошибка есть. Таким образом: $P_{10}^9 = C_{10}^9 \cdot p^9 \cdot q^{10-9} = 10 \cdot (0{,}9)^9 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}3874$ – вероятность того, что из десяти проверяемых документов ровно девять не будут содержать ошибки.
Ответ:	0,3874
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задача применяется для формативного оценивания или отработки навыков использования формулы Бернулли на уроке. **Дескрипторы:** *обучающийся* выбирает метод решения (записывает формулу); определяет элементы: сочетание, вероятность благоприятного и неблагоприятного исхода; определяет вероятность по условию задачи.

Тема:	**Формула полной вероятности и формула Байеса**
Цель обучения:	10.3.2.5 - знать формулу полной вероятности и применять ее при решении задач; 10.3.2.6 - знать формулу Байеса и применять ее при решении задач.

Условие задачи:	В банке «Home credit» три кредитных инспектора принимают решения на одобрение кредитов для 30 заемщиков в день, причем первый принимает 6 заемщиков, второй - 3 заемщика, а третий - 21 заемщика (выбор заемщиков производится случайным образом по очереди). Отношение трех кредитных инспекторов к заемщикам с плохой кредитной историей различное: шансы таких заемщиков получить кредит у первого инспектора равны 40%, у второго - только 10%, у третьего - 70%. 1) Найти вероятность того, что заемщик с плохой кредитной историей получит кредит. 2) Если заемщик с плохой кредитной историей не получил кредит, кому из кредитных инспекторов он вероятнее всего подавал заявление о кредитовании?
Решение:	Обозначим через H1, H2 , H3 гипотезы, состоящие в том, что заемщик с плохой кредитной историей подавал заявление о кредитовании, второму и третьему инспектору соответственно. По условию задачи $P(H_1)=\frac{6}{30}=0{,}2;\ P(H_2)=\frac{3}{30}=0{,}1;\ P(H_3)=\frac{21}{30}=0{,}7.$ 1. Пусть событие A = {заемщик с плохой кредитной историей получил кредит}. Тогда по условию задачи получаем $P(\mathrm{A}\vert H_1)=0{,}4;\ P(A\vert H_2)=0{,}1;\ P(A\vert H_3)=0{,}7.$ По формуле полной вероятности $P(A)=P(H_1)\cdot P(A\vert H_1)+P(H_2)\cdot P(A\vert H_2)+P(H_3)\cdot P(A\vert H_3)$ получаем $P(A)=0{,}4\cdot 0{,}2+0{,}1\cdot 0{,}1+0{,}7\cdot 0{,}7=0{,}58$ 2. Вероятность получить отказ равна $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0{,}58=0{,}42.$ Также вычислим $P(\overline{A}\vert H_1)=1-P(\mathrm{A}\vert H_1)=1-0{,}4=0{,}6$ $P(\overline{A}\vert H_2)=1-P(\mathrm{A}\vert H_2)=1-0{,}1=0{,}9$ $P(\overline{A}\vert H_3)=1-P(\mathrm{A}\vert H_3)=1-0{,}7=0{,}3$ Вычислим условную вероятность по формуле Байеса: $P(H_1\vert\overline{A})=\frac{P(H_1)\cdot P(\overline{A}\vert H_1)}{P(\overline{A})}=\frac{0{,}2\cdot 0{,}6}{0{,}42}=0{,}285;$ $P(H_2\vert\overline{A})==\frac{0{,}1\cdot 0{,}9}{0{,}42}=0{,}214;\ P(H_3\vert\overline{A})=\frac{0{,}7\cdot 0{,}3}{0{,}42}=0{,}5.$ Отсюда следует, что, вероятнее всего, заемщик с плохой кредитной историей подавал заявление о кредитовании третьему инспектору.
Ответ:	1. 0,58 2. Третьему инспектору.

Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно применять для суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* находит вероятности подачи заявления каждому из трех инспекторов; находит условные вероятности получить одобрение у каждого инспектора; применяет формулу полной вероятности; находит полную вероятность получения кредита; находит вероятность получить отказ; находит условную вероятность получить отказ у каждого инспектора; применяет формулу Байеса ; вычисляет вероятность; записывает ответ

9. Прикладные задачи на математическое моделирование и анализ в старших классах

Прикладные задачи на применение физического и геометрического смысла производной

Тема:	**Физический и геометрический смысл производной**
Цель обучения:	10.4.3.1 - решать прикладные задачи, опираясь на физический смысл производной;
Условие задачи:	Вычислить производительность труда во время каждого часа работы, при условии, что объем продукции y в течение рабочего дня представлен функцией $y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$, $t-$ время (ч).
Решение:	Найдем производную исходной функции от времени t: $y'(t) = -6t^2 + 20t + 50$ Найдем значение производной в течение каждого часа, t=1 $y'(1) = 64$; t=2 $y'(2) = 66$; t=3 $y'(3) = 56$; t=4 $y'(4) = 34$; t=5 $y'(5) = 0$
Ответ:	Производительность труда через каждый час снижается :64, 66, 56, 34, 0.

Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задачу можно применить при объяснении новой темы, а также для формативного или суммативного оценивания **Дескрипторы:** *обучающийся* находит производную функции; подставляет значение времени ; вычисляет производительность.

Тема:	**Правила нахождения производных**
Цель обучения:	10.4.1.21 - знать и применять правила дифференцирования
Условие задачи:	В тонком неоднородном стержне длиной 25 см его масса (в граммах) распределена по закону $m = 2l^2 + 3l$, где l −длина стержня? отсчитываемая от его начала. Найти линейную плотность: 1) в точке, отстоящей от начала стержня на 3 см; 2) в конце стержня.
Решение:	Плотность объемного тела определяется как производная от массы данного тела по объему, занимаемому этой массой: $\rho = \frac{dm}{dV}$. $l = 25,\ m = 2l^2 + 3l,\ \Delta x = 3$ $\rho(x) = m'(x)$ $m'(x) = 4l + 3$ $\rho(x) = 4 \cdot 3 + 3 = 15 \left(\frac{г}{см^3}\right)$ $\rho(x) = 4 \cdot 25 + 3 = 103 \left(\frac{г}{см^3}\right)$
Ответ:	$15 \left(\frac{г}{см^3}\right)$; $103 \left(\frac{г}{см^3}\right)$.
Методические рекомендации по использованию на уроке:	Задача применяется при отработке применения правил дифференцирования, а также для формативного или суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* определяет метод решения (записывает формулу); находит производную функции; подставляет значение плотности в данной точке стержня; подставляет значение плотности в данной точке стержня ; вычисляет линейну. плотность в двух точках.

Применение определенного интеграла для решения физических задач на вычисление работы и расстояния

Тема:	**Применение определенного интеграла при решении геометрических и физических задач.**
Цель обучения:	11.4.1.9. Применять определенный интеграл для решения физических задач на вычисление работы и расстояния
Условие задачи:	Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м?
Решение:	По закону Гука упругая сила, растягивающая пружину, пропорциональна этому растяжению *x*, т. е. $F = kx$, где k - коэффициент пропорциональности. Согласно условию задачи, сила F = 100 Н растягивает пружину на x = 0,01 м; следовательно, $100 = k\, 0{,}01$, откуда $k = 10000$; следовательно, $F = 10000x$. Искомая работа на основании формулы: $\text{A} = \int_a^b F(x)dx$ равна $\text{A} = \int\limits_0^{0{,}05} 10000xdx = 5000x^2 \Big\vert_0^{0{,}05} = 5000 * 0{,}05^2 - 5000 * 0^2 = 12{,}5(\text{ДЖ})$
Ответ:	12,5 Дж.
Методические рекомендации	Задачу можно использовать для формативного и суммативного оценивания. **Дескрипторы:** *обучающийся* определяет метод решения (записывает формулу); находит коэффициент пропорциональности; записывает формулу работы; применяет правило нахождения определенного интеграла и подставляет значения; производит вычисления и записывает ответ;

Использованная литература

1. Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон . Математика. Учебник для 6 класса в 3-х частях. Изд. Ювента. 2010 г.

2. Л.Г. Петерсон, Н.Х. Агаханов и др. Алгебра, 8 кл. в 3-х частях. М.: БИНОМ-лаборатория знаний. 2017 г.

3. Л.Г. Петерсон и др. Алгебра, 9 кл в 3 частях. Изд. Ювента. 2011 г

4. Б.К. Хайдаров, М.А. Мирзахметов. Математика, 9 кл. в 2-ч. ООО “ZAMIN NASHR”, 2018

5. Б.К. Хайдаров, М.А. Мирзахметов. Математика, 11 кл. в 2-ч. ООО “ZAMIN NASHR”, 2018

6. Ш.А. Алимов идр. Алгебра, 8 кл. ИЗДАТЕЛЬСКО-ПОЛИГРАФИЧЕСКИЙ ТВОРЧЕСКИЙ ДОМ “O‘QITUVCHI” Ташкент. 2019 г.

7. Б. Хайдаров, Э. Сариков. Геометрия 9 кл. Ташкент. 2019 г.

8. А. А. Рахимкариев, М.А. Тохтаходжаева. Геометрия, 8 кл. Ташкент. 2019 г.

9. Н. Гахраманова. М. Керимов и др. Математика 11 кл. Баку. 2018 г.

10. Н. Гахраманова. М. Керимов и др. Математика 10 кл. Баку. 2018 г.

11. https://infourok.ru/manispolzovanie-prikladnih-zadach-na-modelirovanie-v-kurse-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-klass-1556336.html

12. Задачи по теории вероятностей: учеб. пособие / С.В. Симушкин, Л.Н. Пушкин. — Казань: Казан.ун-т, 2011

13. Задачи по теории вероятностей с решениями. Составитель – доцент А.В.Лебедев, 2010

14. Г.А. Клековкин. Решение геометрических задач векторным способом. Уч. пос для уч. 10-11 кл. Самара. 2016

15. Методика обучения решению задач на оптимизацию во второй части ЕГЭ профильного

уровня : сборник учебно-методических рекомендаций. – Биробиджан : ОГАОУ ДПО «ИПКПР», 2018.

16. http://www.mathprofi.ru/formula_polnoj_verojatnosti_formuly_bajesa.html

17. https://www.matburo.ru/mat.php

18. https://matematem.ru/wp-content/uploads/2012/09/Примеры-решения-задач-Комплексные_числа.pdf

19. https://www.desmos.com/Calculator?lang=ru